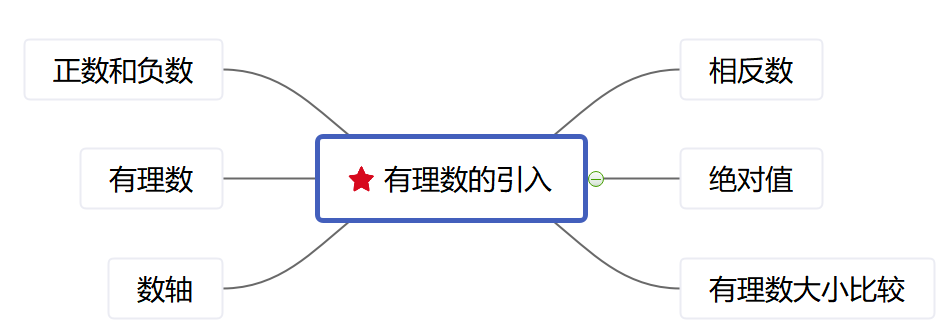
# 第01讲 有理数的引入（5个知识点+6种题型+过关检测）

# 





**知识点1：正数与负数**

**一.具有相反意义的量**

1.定义  在生活中存在各种各样的量，其中有一类量，它们的属性相同(即同类量)，但表示的意义却相反，我们把这样的量叫做具有相反意义的量 .

特别提醒： 具有相反意义的量的“两要素”：

(1)具有相反意义的量是成对出现的，单独的一个量不能称为具有相反意义的量 .

(2)具有相反意义的量必须是同类量，只要求具有相反意义，不要求数量一定相等 .

2. 用正数、负数表示具有相反意义的量

为了更好地区分这些具有相反意义的量，若我们把其中一种意义的量用正数表示，则与它具有相反意义的量就可以用负数表示 .

特别提醒：用正数、负数表示具有相反意义的量时，一般地，向指定趋势变化用正数表示，向指定趋势的相反趋势变化用负数表示.

**二.正数、负数的定义**

**1.定义**

正数：像 2%,4,3.5 这样大于0的数叫做正数.有时,为了明确表达意义,在正数的前面加上“+”(正)号.如 +2,+0.7。

**负数:**像 -3,-2.7%,-4.5 这样在正数前加上符号“-”(负)的数叫做负数

注意： 0 既不是正数，也不是负数 .

1. **数的符号**

一个数前面的“ +”“－”号叫做它的符号，其中“ +”号可以省略不写，而“－”号不能省略不写 .

**3. 符号“+”“－”的双重含义**

(1) 作为运算符号是加减号；

(2) 作为性质符号是正负号 .

**特别解读**

1. 正数的实质是大于 0的数，它可以带着“+” (正)号，也可以省略 “+”号.

2. 负数就是在正数的前面加上“-”号的数.

3. 正数与负数的特征：

(1)不为0；

(2)含“+”“－”号.

**三、有理数**

**1. 整数**

正整数、0、负整数统称为整数,如-3,-2,0,1,2,3等

**2.分数**

正分数、负分数统称为分数,如+1-,0.18,-1.35,-分数都可以化为有限小数或无限循环小数的形式,同时有限小数和限循环小数 又都可以化为分数.无限不循环小数不能转化成分数.

**3.有理数**

整数和分数统称为有理数，“有理数都可以写成分数的形式，

**4.几个常用数学名词的含义**

(1)正整数:既是正数,又是整数的数

(2)负整数:既是负数,又是整数的数

(3)正分数:既是正数,又是分数的数

(4)负分数:既是负数,又是分数的数

(5)非负数:正数和 0.

(6)非正数:负数和 0.

(7)非负整数(也叫自然数):正整数和0.

(8)非正整数:负整数和0.

(9)正有理数:正整数和正分数

(10)负有理数:负整数和负分数

(11)非正有理数:0、负整数和负分数

(12)非负有理数:0、正整数和正分数

**特别提醒**

1. 非负整数是在整数范围内取非负数，包括正整数和 0.

2. 引入负数后，奇数和偶数的范围也相应地扩大了.奇数和偶数也可以是负数 .

3. 自然数包括 0 和正整数 .

**四、有理数的分类**

**1.有理数的分类：**



**特别警示**

1. 不管按什么标准分类，最终都将有理数分为五类：正整数、 0、负整数、正分数、负分数.

2. 正有理数都是正数，但正数不一定都是正有理数.

**2. 有理数分类的三原则**

(1) 分类不重复： 所分的各类应当互不包含 .

(2) 分类无遗漏： 所分各类之“和”必须是原来的全部 .

(3) 标准要统一： 必须按同一分类标准进行分类 .

**知识点2：数轴**

**一、数轴**

1. 定义 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫作数轴 .

2. 画数轴的步骤

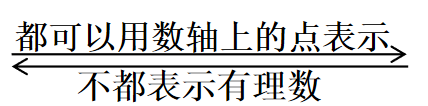
(1) 画直线，取原点： 画一条直线(通常画成水平位置)，在这条直线上任取一个点表示数 0，这个点叫做原点 .

(2) 标正方向： 通常规定直线上从原点向右的方向为正方向，画上箭头，则相反方向为负方向 .

(3) 选取单位长度，标数： 选取适当的长度为单位长度，从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次标上 1、 2、3、… ；从原点向左，每隔一个单位长度取一个点，依次标上 －1、 －2、 －3、… .

**二、数轴上的点与有理数的关系**

对应关系

有理数数轴上的点表示的数 .

特别解读

有理数与数轴上的点的对应关系：

1. 正有理数可以用数轴上原点右边的点表示.

2. 负有理数可以用数轴上原点左边的点表示.

3. 0用原点表示.

**三、利用数轴比较数的大小**

1. 利用数轴比较有理数大小的法则

在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大 .

2. 比较有理数大小法则

正数都大于 0，负数都小于 0，正数都大于负数 .

特别解读

1. 利用数轴比较数的大小，只看数在数轴上的位置即可.

2. 利用正负性比较两个异号的数的大小，只看两个数的符号即可.

**知识点3：相反数**

1.定义

只有符号不同的两个数互为相反数；0的相反数是0.

**要点归纳：**

（1）“只”字是说仅仅是符号不同，其它部分完全相同.

（2）“0的相反数是0”是相反数定义的一部分，不能漏掉.

（3）相反数是成对出现的，单独一个数不能说是相反数.

（4）求一个数的相反数，只要在它的前面添上“-”号即可.

2.相反数的性质

（1）互为相反数的两数的点分别位于原点的两旁，且与原点的距离相等（这两个点关于原点对称）.

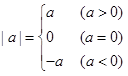
（2）互为相反数的两数和为0.

**知识点4：绝对值**

**1.定义：**一般地，数轴上表示数a的点与原点的距离叫做数a的绝对值，记作|a|.

**要点归纳：**

（1）绝对值的代数意义：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0的绝对值是0．即对于任何有理数a都有：



（2）绝对值的几何意义：一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离，离原点的距离越远，绝对值越大；离原点的距离越近，绝对值越小．

（3）一个有理数是由符号和绝对值两个方面来确定的．

**2.绝对值的性质**

**1.性质：**绝对值具有非负性，即任何一个数的绝对值总是正数或0．

**2.求法**

（1）0除外，绝对值为一正数的数有两个，它们互为相反数．

（2）互为相反数的两个数（0除外）的绝对值相等.

（3）绝对值具有非负性，即任何一个数的绝对值总是正数或0．

**知识点5：有理数的大小比较**

**1.数轴法比较有理数的大小**

在数轴上表示出两个有理数，左边的数总比右边的数小． 如：a与b在数轴上的位置如图所示，则a＜b．



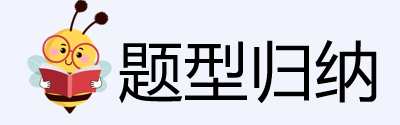
**2.法则比较有理数的大小**

两个数比较大小，按数的性质符号分类，情况如下：

|  |  |
| --- | --- |
| 两数同号 | 同为正号：绝对值大的数大 |
| 同为负号：绝对值大的反而小 |
| 两数异号 | 正数大于负数 |
| －数为0 | 正数与0：正数大于0 |
| 负数与0：负数小于0 |

**要点分析：**

利用绝对值比较两个负数的大小的步骤：（1）分别计算两数的绝对值；（2）比较绝对值的大小；（3）判定两数的大小．



**一．正数和负数（共6小题）**

1．（2024春•金山区校级期末）在体育课的立定跳远测试中，以为标准，若小明跳出了，可记作，则小亮跳出了，应记作　　

A． B． C． D．

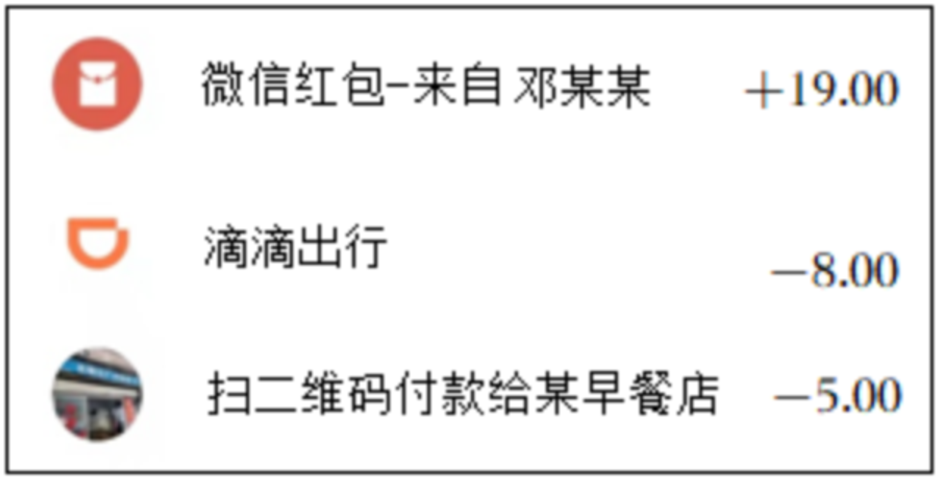
2．（2023秋•南平期末）飞机上有一种零件的尺寸标准是（单位：，则下列零件尺寸不合格的是　　

A． B． C． D．

3．（2023秋•铜梁区校级期末）下列各数中，是负数的是

A．2 B． C．0 D．1

4．（2024•福田区校级模拟）手机移动支付给生活带来便捷．如图是孙老师2023年4月6日微信账单的收支明细（正数表示收入，负数表示支出，单位：元），孙老师当天微信收支的最终结果是　　



A．收入19元 B．支出8元 C．支出5元 D．收入6元

5．（2023秋•番禺区期末）《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”，意思是：今有两数若其意义相反，则分别叫做正数与负数．若收入80元记作元，则元表示　　

A．收入60元 B．收入20元 C．支出60元 D．支出20元

6．（2024•陇县开学）在，0，，，，，1，0.833，，中，正数有　　个．

A．3 B．4 C．5 D．6

**二．有理数（共8小题）**

7．（2024春•宝山区校级期末）在，，0，，，，，7中，非负数有　　

A．6个 B．5个 C．4个 D．3个

8．（2023春•闵行区期中）有理数分为　　

A．正数和负数 B．素数和合数 C．整数和分数 D．偶数和奇数

9．（2021春•普陀区校级月考）下列数字中，有理数有　　个．

A．6 B．5 C．3 D．7

10．（2021秋•沈河区校级月考）下列说法正确的是　　

A．整数就是正整数和负整数

B．负整数的相反数就是非负整数

C．有理数中不是负数就是正数

D．零是自然数，但不是正整数

11．（2024春•杨浦区期末）关于，，0.41，，0，3.14这六个数，下列说法错误的是　　

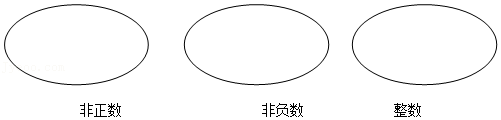
A．，0是整数

B．，0.41，0，3.14是正数

C．，，0.41，，0，3.14是有理数

D．，是负数

12．（2021春•普陀区校级月考）将下列数字填入圈内：25，，，0，，．



13．（2023秋•平阴县期末）请把下列各数填入它所属于的集合的大括号里．

1，0.0708，，，0，3.14，，．

正有理数集合： 　　 ，

负整数集合： 　　 ，

正分数集合： 　　 ，

非负整数集合： 　　 ．

14．（2023秋•凉州区期末）把下面个各数填入相应的大括号内

，5，0，，3.14，，，，．

负数集合： 　 　，

非负数集合： 　　 ，

整数集合： 　　 ，

负分数集合： 　　 ．

**三．数轴（共8小题）**

15．（2024春•嘉定区校级月考）小明、小方、小红三人相约到游乐场游玩，游玩后坐同一辆出租车回家，三人的家与游乐场在一条路上，出租车先向东行驶到达小明家，然后向东行驶两达小方家，最后向西行驶到达小红家，则小红家与游乐场的距离是　　

A． B． C． D．

16．（2024春•普陀区期中）下列说法中正确的是　　

A．0是最小的有理数

B．有理数分为正有理数和负有理数

C．在数轴上，左边的点所表示的数比右边的点所表示的数大

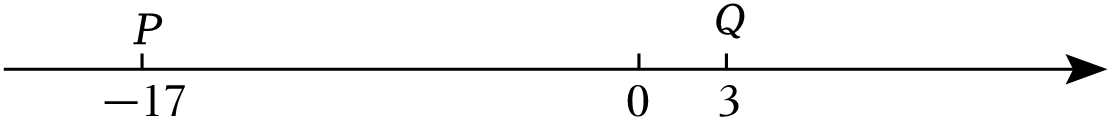
D．任何一个有理数都可以用数轴上的一个点表示

17．（2024春•杨浦区期末）在数轴上表示数的点到原点的距离为4，则　　．

18．（2024春•青浦区期末）在数轴上，到原点的距离为3.5个单位长度的点表示的有理数是　 　．

19．（2024春•宝山区校级期末）数轴上点表示的数是，若数轴上点到点的距离等于，则点所表示的数是 　　．

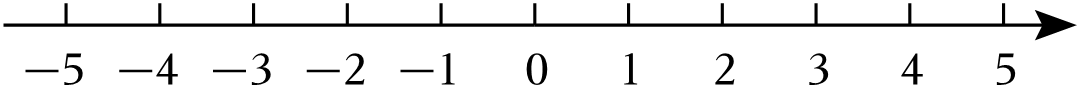
20．（2024春•浦东新区期末）如图，在数轴上点、点所表示的数分别是和3，点以每秒4个单位长度的速度，点以每秒3个单位长度的速度，同时沿数轴向右运动．经过 　　秒，点、点分别与原点的距离相等．



21．（2024•道里区校级开学）在数轴上标出下列各数：

，，，，6．

22．（2023秋•榆阳区期末）在课后延时服务中，某数学小组在一张白纸上制作一条数轴，如图．



操作一：

（1）折叠纸面，使表示1的点与表示的点重合，则表示的点与表示 　　的点重合．

操作二：

（2）折叠纸面，使表示的点与表示3的点重合，解答以下问题：

①表示5的点与在数轴上表示的点重合，求点表示的数．

②若数轴上，两点之间的距离为9（点在点的左侧），且，两点折叠后重合，求，两点表示的数．

**四．相反数（共5小题）**

23．（2024•龙华区校级模拟）有理数2024的相反数是　　

A．2024 B． C． D．

24．（2024春•宝山区期末）如果的相反数是，那么　　．

25．（2024春•黄浦区校级期中）若的相反数是，则的相反数是 　　．

26．有下列各数：2，0.4，，，1.2，，，其中，互为相反数的有哪几对？

27．如图，图中数轴的单位长度为1．

（1）如果点，表示的数互为相反数，那么点表示的数是多少？

（2）如果点，表示的数互为相反数，那么点的相反数是什么？

菁优网：http://www.jyeoo.com

**五．绝对值（共5小题）**

28．（2024春•嘉定区校级月考）下列各组数中，互为相反数的是　　

A．和 B．和 C．和 D．和

29．（2020春•宝山区期中）当时，则一定是　　

A．负数 B．正数 C．负数或0 D．0

30．（2024春•宝山区校级期末）已知，，则　　．

31．（2024春•松江区期中）如果，化简：　　．

32．（2024春•杨浦区校级期末）的最小值　　．

**六．有理数大小比较（共3小题）**

33．（2024春•普陀区校级月考）比较大小： 　　

34．（2024春•金山区校级期末）比较大小： 　　（填“”、“ ”或“” ．

35．（2023秋•永善县期末）把下列各数在数轴上用点表示出来，并用“”把它们连接起来．

，0，，4.5，．



## 

**一．选择题（共6小题）**

1．（2024春•普陀区期中）的相反数是　　

A． B．2024 C． D．

2．（2024春•浦东新区期末）若一个数的绝对值等于这个数本身，这个数是　　

A．正数 B．负数 C．正数或0 D．负数或0

3．（2024春•长宁区期中）在15，，0，，，2，，这几个数中，非负数的个数　　

A．4个 B．5个 C．6个 D．7个．

4．（2024春•金山区校级期末）在数轴上，位于和3之间的点有　　

A．7个 B．5个 C．4个 D．无数个

5．（2024春•黄浦区期中）下列说法正确的是　　

A．自然数就是非负整数

B．正数和负数统称为有理数

C．零是最小的有理数

D．有最小的正整数，没有最大的负整数

6．（2024春•黄浦区期中）下列说法错误的是　　

A．数轴的三要素是原点、正方向和单位长度

B．一个有理数的绝对值一定不是负数

C．互为相反数的两个数的绝对值一定相等

D．一个数的相反数一定是负数

**二．填空题（共15小题）**

7．（2024春•普陀区校级月考）数轴上表示2的点与表示的点之间的距离为 　　．

8．（2024春•金山区校级期末）如果，则　　．

9．（2024春•宝山区期末）用“”或“”连结　　．

10．（2024春•松江区期末）比较大小： 　　（填“”，“ ”或“” ．

11．（2024春•杨浦区期末）比较大小： 　　．

12．（2024春•浦东新区期末）数轴上到原点的距离等于3的点表示的数是 　　．

13．（2024春•长宁区期中）在数轴上，到原点距离等于3个单位长度的点所表示的有理数是 　　．

14．（2024春•杨浦区校级期中）数轴上点表示的数是，若数轴上点，在点右侧，到点的距离等于，则点所表示的数是 　　．

15．（2024春•青浦区期末）某粮食仓库原库存小麦300吨，本周五天对这一品种小麦的进出货情况统计如下表所示（进货量用正数表示，出货量用负数表示）（单位：吨）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 星期一 | 星期二 | 星期三 | 星期四 | 星期五 |
| 50 | 30 | 60 | 40 | 50 |
|  | 0 |  |  |  |

本周五天后这种小麦库存 　　吨．

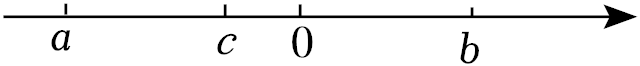
16．（2024春•杨浦区校级期末）对于三个数、、，用，，表示这三个数的平均数，用，，表示这三个数中最小的数．

（1）若，3，，则的值为 　　．

（2）若，，，，，则　　．

17．（2024春•长宁区期中）我们规定符号、表示、中的较大值，如：、，按这样的规定，如果那么的值为 　　．

18．（2024春•浦东新区校级期中）如图，根据数轴上表示的三个数的位置，化简：　　．



19．（2024春•松江区期中）在数轴上点表示的数是，如果点与点相距2个单位长度，则点表示的数是 　　．

20．（2024春•松江区期中）根据绝对值的定义，表示数在数轴上所对应的点与原点的距离．规定：表示数和在数轴上所对应的两点之间的距离．如果，那么的值为 　　．

21．（2024春•金山区校级期末）有理数、、在数轴上的位置如图所示，求式子　　．

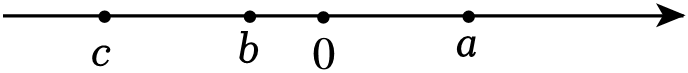


**三．解答题（共4小题）**

22．（2024春•浦东新区校级期中）某次唱歌比赛由4位评委通过打分决定选手是否进入决赛．规定一位评委能打的满分是10分，把6分记为0分，超过的用正数表示，不足的用负数表示，选手的总分达到25分可以晋级．5号选手小明的得分情况如表．小明的最后得分是多少？能否晋级？

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 评委 | 1号 | 2号 | 3号 | 4号 |
| 分数 |  | 0 |  |  |

23．（2024春•普陀区校级月考）在数轴上表示、、三数的点的位置如图所示，化简：．

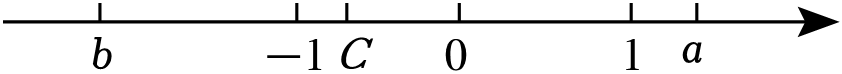


24．（2024春•嘉定区校级月考）为了有效遏制酒后驾车行为，区交警大队的一辆警车在城区大学路上巡逻，如果规定向东为正，向西为负，在某段时间内，这辆警车从出发点开始所走的路程为：，，，，，，，（单位：千米）

（1）巡逻结束时，这辆警车在出发点的哪个方向？距离出发点多远？

（2）如果每千米耗油0.2升，在这段时间内巡逻共耗油多少升？

25．（2023春•浦东新区校级期中）有理数、、在数轴上的位置如图，化简：．



## 